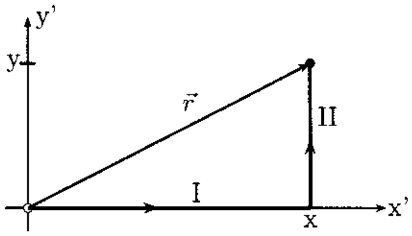
Das Potential $V(\vec{r})$ kann durch Integration entlang eines *beliebigen* Weges von einem (willkürlich wählbaren) Bezugspunkt zum aktuellen Aufpunkt $\vec{r}$ berechnet werden; als Bezugspunkt wählen wir den Ursprung und integrieren zunächst entlang der x'-Achse bis x (Weg I) und dann parallel zur y-Achse bei festem $x' = x$ bis y (Weg II):



$$\begin{aligned} \mathrm{I}: &\quad \vec{r}'_I = x'\vec{e}_x\,;\ x' = 0\ldots x \\ &\quad \mathrm{d}\vec{r}'_I = \mathrm{d}x'\,\vec{e}_x \\ \mathrm{II}: &\quad \vec{r}'_{II} = x\vec{e}_x + y'\vec{e}_y\,;\ y' = 0\ldots y \\ &\quad \mathrm{d}\vec{r}'_{II} = \mathrm{d}y'\,\vec{e}_y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(\vec{r}) &= -\int_0^{\vec{r}} \mathrm{d}\vec{r}' \cdot \vec{F}(\vec{r}') = -3a\int_0^x \mathrm{d}x'\,x' - a\int_0^y \mathrm{d}y'\,(2y'-x) \\ &= -3a\,\frac{x'^2}{2}\bigg|_0^x - a\,(y'^2 - xy')\Big|_0^y = -\frac{3}{2}\,ax^2 - a(y^2 - xy) \end{aligned}$$

$$\boxed{V(\vec{r}) = -a\left(\tfrac{3}{2}\,x^2 + y^2 - xy\right)}$$

Mit $\vec{F} = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}}$ erhalten wir den obigen Ausdruck für $\vec{F}$ zurück.