

(a)

$$V_0 > 0$$

labiles Gleichgewicht bei  $x = 0$   
Bewegung nur für  $E > 0$  möglich  
nur ungebundene Bewegung

$0 < E < V_0$  2 getrennte einseitig ungebundene Bewegungen

$E = V_0$  Separatrix;  
3 Lösungstypen: instabiles

Gleichgewicht, ein- und auslaufende Bewegung

$E > V_0$  beidseitig ungebundene Bewegung

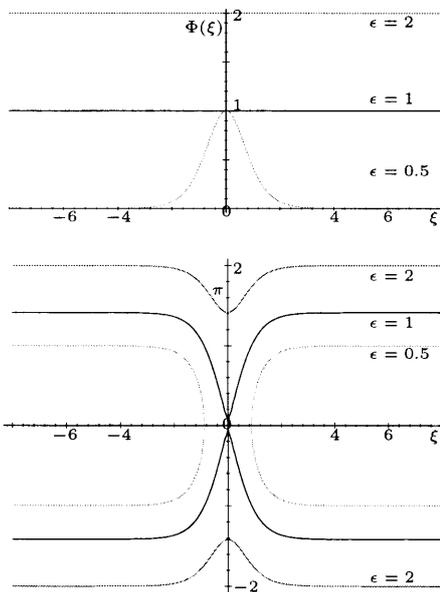
$$V_0 < 0$$

stabiles Gleichgewicht bei  $x = 0$   
Bewegung nur für  $E > V_0$  möglich

$V_0 < E < 0$  gebundene Bewegung

$E \geq 0$  beidseitig ungebundene Bewegung

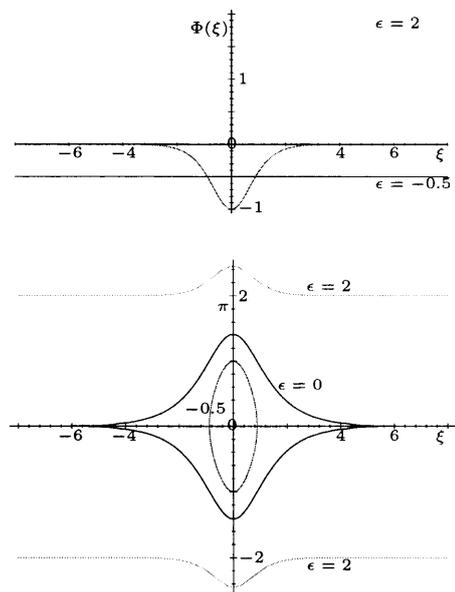
Dimensionslose Darstellung:  $\xi = x/a$ ;  $\Phi = V/|V_0|$ ;  $\epsilon = E/|V_0|$



Phasenporträt im Potential

$$\Phi(\xi) = +\frac{1}{\cosh^2 \xi}$$

für die Energien:  $\epsilon = 2, 1, 0.5$



Phasenporträt im Potential

$$\Phi(\xi) = -\frac{1}{\cosh^2 \xi}$$

für die Energien:  $\epsilon = 2, 0, -0.5$

(b) Wird der Energiesatz nach  $\dot{x}$  aufgelöst und die Trennung der Variablen durchgeführt, so entsteht:

$$dt = \pm \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{dx}{\sqrt{E - V(x)}}, \quad dx \geq 0 \Rightarrow \int_0^t dt' = \pm \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{x(0)}^{x(t)} \frac{dx'}{\sqrt{E - V(x')}}$$

Wollen wir nun in unserem *symmetrischen* Potential die Schwingungsdauer