(b) $\vec{\Lambda}$ liegt ersichtlich *in* der Bewegungsebene. Multiplikation mit $\vec{r}$ liefert, wenn wir den Winkel zwischen $\vec{\Lambda}$ und $\vec{r}$ mit φ bezeichnen und in dem entstehenden Spatprodukt $\cdot$ und $\times$ vertauschen:

$$\vec{\Lambda} \cdot \vec{r} = \Lambda r \cos\varphi = \frac{\alpha}{|\alpha|}\left[\frac{1}{m\alpha}(\vec{r} \times \vec{p}) \cdot \vec{L} + r\right] = \frac{L^2}{m|\alpha|} + \frac{\alpha}{|\alpha|} r$$

Auflösen nach r ergibt die gewünschte Bahnkurve.

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{L^2}{m|\alpha|} \frac{1}{\Lambda \cos\varphi - \frac{\alpha}{|\alpha|}}} \tag{1}$$

Das ist die (für $\alpha < 0$) aus der Vorlesung bekannte Formel für die Bahnkurve im $1/r$-Potential; und zwar *hier* sowohl für den anziehenden Fall ($\alpha < 0$) als auch für den abstossenden Fall ($\alpha > 0$; COULOMBkraft zwischen Ladungen gleichen Vorzeichens). Aus (1) sieht man, dass $\boxed{\Lambda = \epsilon}$ gilt, dass also der *Betrag* von $\vec{\Lambda}$ gleich der *Exzentrizität* der Bahn ist, und dass $r_{\text{min}} = r(\varphi = 0)$ ist, $\vec{\Lambda}$ also zum *zentrumsnächsten* Punkt zeigt und damit *parallel zur grossen Halbachse* der Bahn gerichtet ist.

Für $\alpha < 0$ (*Anziehung*) ergeben sich bekanntermassen je nach Grösse von Λ Ellipsen ($\Lambda < 1$), Parabeln ($\Lambda = 1$) oder Hyperbeln ($\Lambda > 1$; und zwar deren *zentrumsnaher* Ast). Für $\alpha > 0$ (*Abstossung*) ist nur $\Lambda > 1$ möglich; die Bahn ist eine Hyperbel (und zwar deren *zentrumsferner* Ast).

Wir haben also aus der Kenntnis der Erhaltungsgrössen $\vec{L}$ und $\vec{\Lambda}$ die Bahnkurve *ohne* direkte Integration ermittelt.

$\boxed{\textit{Erhaltungsgrössen ersparen also direktes Integrieren!}}$

Bem.: Die Energieerhaltung ist in der Konstanz von L und Λ enthalten, denn es ist ja $\Lambda = \epsilon = \sqrt{1 + \frac{2L^2}{m\alpha^2} E}$; was man natürlich auch durch direkte Berechnung von Λ erhalten kann.